

## **DIMENSIONAMENTO DE PAINÉIS METÁLICOS ENRIJECIDOS – RECOMENDAÇÕES PRÁTICAS DA DET NORSKE VERITAS**

Niander Aguiar Cerqueira  
Doutor em Engenharia Civil – Centro Universitário Redentor  
coord.niander@gmail.com  
Carlos Alexandre dos Santos Baptista  
Engenheiro Mecânico – Centro Universitário Redentor  
Priscila Dias Silva  
Engenheira Mecânica – Centro Universitário Redentor  
Victor Barbosa de Souza  
Mestre em Engenharia Mecânica – Centro Universitário Redentor

### **Resumo**

Os painéis metálicos enrijecidos são estruturas metálicas usadas tipicamente na construção naval e offshore, com a finalidade de resistir a carregamento no plano do painel e carregamentos perpendiculares. Um painel metálico enrijecido é composto de uma chapa de aço reforçada com perfis metálicos, aumentando, assim, a rigidez da chapa. Esse tipo de estrutura geralmente é utilizado na construção naval e offshore, como, por exemplo, no casco de plataformas e navios. Outras utilizações são na fuselagem de aviões e na construção de pontes, porém sua utilização é quase nula na construção de edificações. Este trabalho tem o objetivo de estudar o comportamento de um painel metálico enrijecido e seus mecanismo de falha, através do entendimento da metodologia de dimensionamento da Det Norsken Veritas (DNV, 2002). Para compreensão das recomendações práticas da DNV, foi realizado um exercício prático de dimensionamento de um painel metálico enrijecido. Concluindo que os efeitos da flambagem são de extrema importância para o dimensionamento de um painel enrijecido.

**Palavras-Chave:** Estruturas Metálicas. Painéis Enrijecidos. Dimensionamento.

### **Introdução**

Os painéis metálicos enrijecidos são estruturas metálicas usadas tipicamente na construção naval e offshore, com a finalidade de resistir a carregamento no plano do painel e perpendiculares. Este equipamento é composto de uma chapa de aço reforçada com perfis metálicos, aumentando a rigidez da chapa. A figura 01, abaixo,

mostra os componentes e os tipos de carregamentos suportados por um painel metálico.

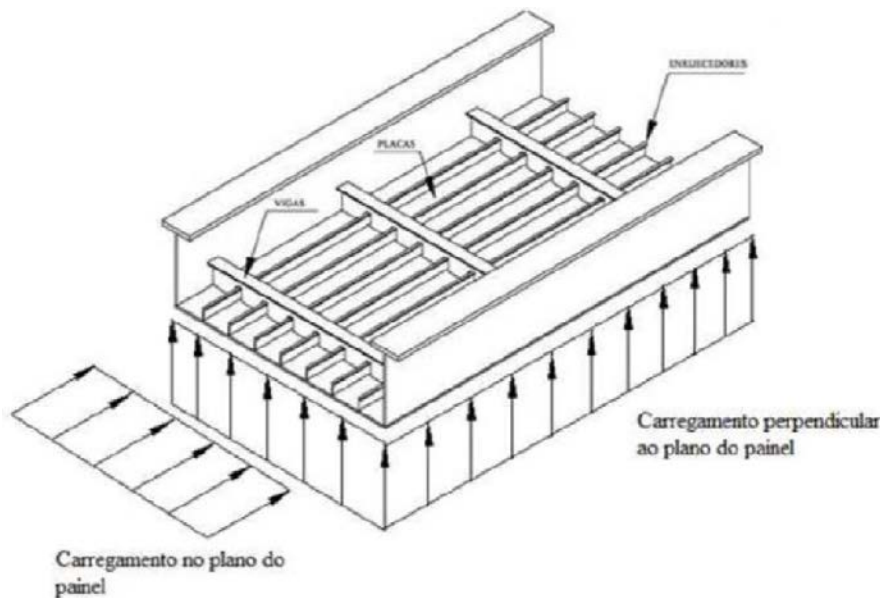


Figura 01: Estrutura típica de um painel metálico enrijecido.

Esse tipo de estrutura geralmente é utilizado na construção naval e offshore, como, por exemplo, no casco de plataformas e navios. Outras utilizações são fuselagem de aviões e construção de pontes, porém sua utilização é quase nula na construção de edificações.

O estudo sobre esse tipo de estrutura iniciou-se no início do século XX, principalmente com TIMOSHENKO. Hoje em dia, como base teórica já existem normas e recomendações práticas para o desenvolvimento de projetos de estruturas compostas por placas metálicas. Uma das recomendações mais adotadas nos projetos offshore e naval é a recomendação prática DNV-RP-C201 (DNV, 2002). A DNV (Det Norske Veritas) é uma sociedade classificadora norueguesa que é reconhecida pela Autoridade Marítima Brasileira para atuar em nome do Governo Brasileiro na fiscalização e certificação de embarcações. Neste estudo, será realizada uma análise do comportamento de um painel metálico utilizando o método de dimensionamento recomendado pela DNV.

## Metodologia

Conforme ilustrado na Figura 01, um painel metálico enrijecido pode ser composto por três elementos diferentes. Porém, pode ser composto apenas pela placa, uma vez que não é obrigado a ter os três elementos. Os três tipos de elementos e suas principais características são descritas abaixo:

- Placas: é o elemento onde estão montados todos os outros; possui largura e comprimento muito maiores que a espessura e pode estar submetida a carregamentos em seu próprio plano ou laterais.
- Enrijecedores: são perfis que são soldados sobre as placas para aumentar a resistência do conjunto. Estes perfis podem ser barras, cantoneiras, HP, T, etc.
- Vigas: são elementos montados transversalmente aos enrijecedores quando o comprimento do painel é muito grande, “dividindo” o painel em painéis menores.

Um painel pode estar sujeito a carregamentos longitudinais e transversais, ao cisalhamento e à pressão lateral (do lado da placa ou do lado dos enrijecedores), porém não necessariamente o painel estará sujeito a todos estes carregamentos.

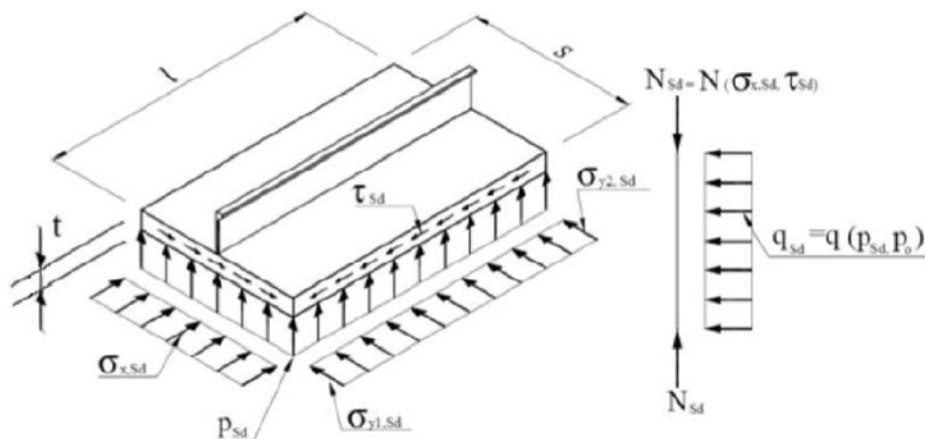


Figura 02: Estrutura típica de um painel metálico enrijecido.

Quando um painel está sujeito a um carregamento longitudinal, o enrijecedor se comporta como uma coluna. A resistência de uma coluna pode ser definida por

instabilidade, onde, a partir de uma determinada carga (carga crítica), a coluna não consegue manter mais o equilíbrio e colapsa. Para uma haste bi rotulada e com carregamento perfeitamente centrado, esta carga é definida por:

$$N_E = \frac{\pi^2 EI}{(Kl)^2} \quad (1)$$

Onde:

Ne = Carga Crítica;

E = Módulo de Elasticidade;

I = Momento de Inércia;

l = Comprimento;

K = Coeficiente de Flambagem na Barra Comprimida.

O efeito do cortante também pode ser levado em conta, porém esse efeito é secundário, sendo normalmente desprezado. Portanto, não será considerado neste trabalho. O principal método de falha de um painel é a flambagem, que pode ocorrer das seguintes maneiras:

- Flambagem do Enrijecedor;
- Flambagem Localizada da Placa;
- Flambagem Global do Painel.

No caso de painéis com enrijecedores em apenas uma direção e submetidos a carregamento de compressão no plano na direção paralela aos enrijecedores, a análise da flambagem pode ser feita considerando os enrijecedores associados à placa e analisando a flambagem localizada.

Quando os painéis são sujeitos a carregamento de compressão no plano na direção perpendicular aos enrijecedores, a flambagem de placa ortotrópica deve ser considerada. Isso porque o modo de flambagem global do painel como placa ortotrópica pode predominar sobre o modo de flambagem localizada da placa entre enrijecedores. As normas e recomendações tratam desse problema exigindo que o enrijecedor tenha uma rigidez mínima para impedir que a flambagem de placa ortotrópica ocorra. Quando o painel está sujeito ao carregamento de cisalhamento, podem acontecer os mesmos métodos de falha.

- **Flambagem dos Enrijecedores**

A flambagem do enrijecedor pode acontecer de duas maneiras: por flexão ou lateral torsional. A primeira ocorre quando o enrijecedor se flexiona por inteiro, tanto na direção X como na direção Y. Já a flambagem lateral torsional ocorre quando apenas a aba do enrijecedor sofre a flambagem.

A força axial de flambagem elástica de uma coluna comprimida de comprimento  $l$  é dada pela equação 1. Na figura 03 é demonstrado a flambagem por flexão do enrijecedor nas duas direções.

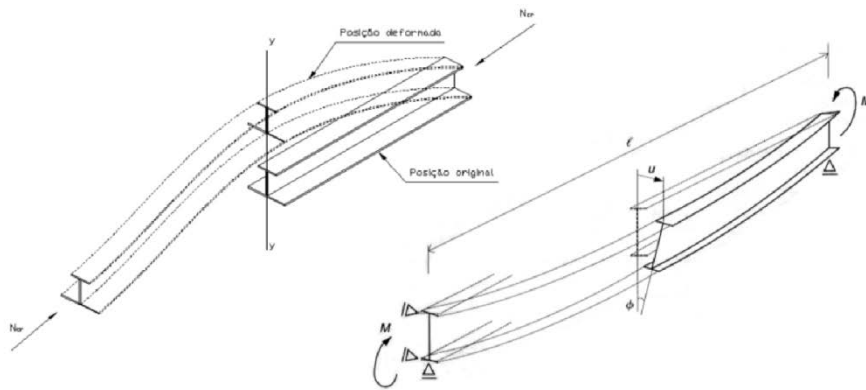


Figura 03: Exemplo de flambagem por flexão do enrijecedor.

A flambagem lateral torsional de enrijecedores ocorre quando o elemento é submetido a compressão, associada ou não à flexão provocada por cargas transversais ou pela excentricidade da compressão. O flange do enrijecedor tende a flambar lateralmente. Mas, como o enrijecedor está fixado à placa, o mesmo sofre torção em torno do ponto de ligação do enrijecedor com a placa, apresentando uma configuração final fora do seu plano original, conforme ilustrado na figura 04.

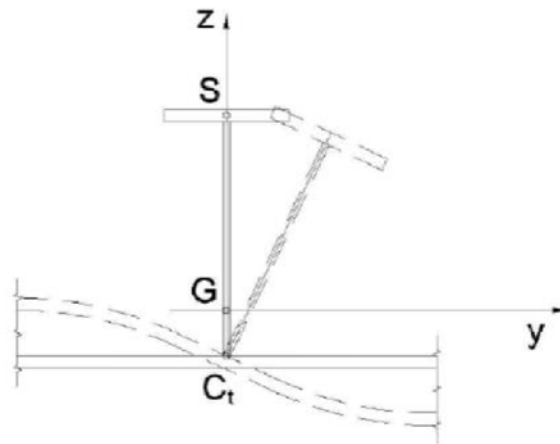


Figura 04: Exemplo de flambagem por torsional lateral.

Na flambagem de enrijecedores em conjunto com uma placa sob compressão longitudinal, o enrijecedor gira em torno do ponto de ligação entre a placa e o enrijecedor ( $C_t$ ). A equação 2 define a tensão crítica de flambagem lateral torsional elástica.

$$\sigma_{LTE} = \frac{\pi^2 E}{l^2} \left( \frac{d_s^2 I_z + C_w}{I_0} \right) + G \frac{J}{I_0} \quad (2)$$

Onde:

$l$  = distância entre pontos de travamento lateral do enrijecedor;

$d_s$  = distância do centro de rotação ( $C_t$ ) ao centro de cisalhamento ( $S$ ) do enrijecedor;

$I_z$  = momento de inércia do enrijecedor em torno do eixo da alma;

$J$  = constante de torção de Saint-Venant do enrijecedor;

$I_0$  = momento de inércia polar do enrijecedor em torno do centro de torção  $C_t$ ;

$C_w$  = constante de empenamento da seção do enrijecedor.

Na equação 2, as propriedades geométricas  $z$ ,  $I$ ,  $J$ ,  $I_0$  e  $C_w$  se referem ao enrijecedor puro, sem levar em conta a parcela colaborante da placa. A DNV (2002) sugere desprezar a constante de empenamento  $C_w$ , permitindo, dessa forma,

examinar a flambagem lateral torsional apenas com a parcela de torção de Saint-Venant J. As equações utilizadas pela DNV serão apresentadas mais para frente.

### Flambagem Localizada da Placa

A flambagem localizada pode ocorrer em todos os componentes que compõem o painel enrijecido, tanto na placa (figura 05) como na alma (figura 06) ou na aba (figura 07) do enrijecedor.

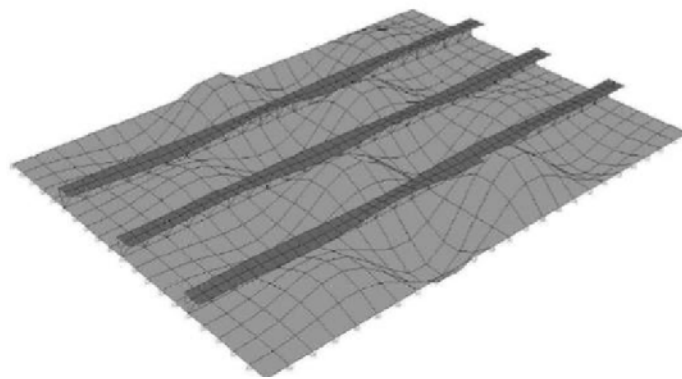


Figura 05: Exemplo de flambagem localizada na placa.

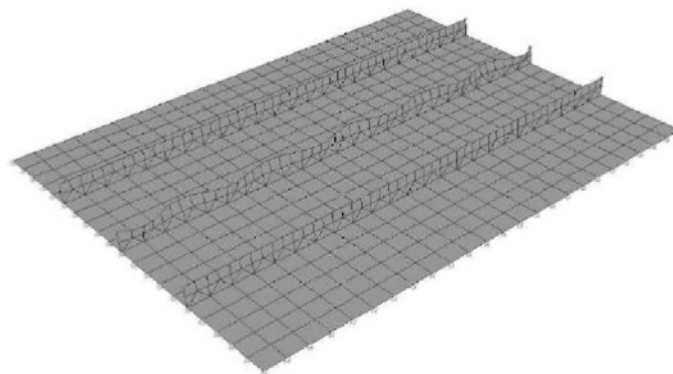


Figura 06: Exemplo de flambagem localizada na alma do enrijecedor.

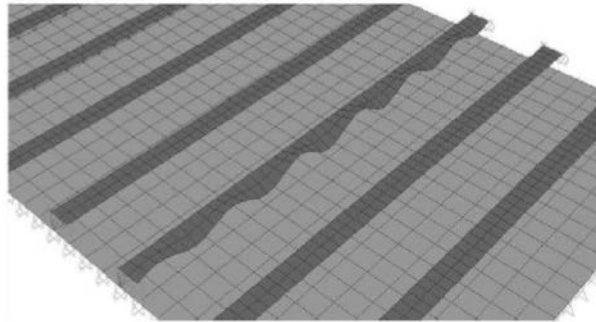


Figura 07: Exemplo de flambagem localizada na aba do enrijecedor.

Em uma placa apoiada nos quatro bordos e submetida a um carregamento de compressão longitudinal no plano, a tensão crítica de flambagem é calculada através da equação 3.

$$\sigma_{xE} = \frac{k\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (3)$$

Para placas sujeitas a carregamento simples, são utilizadas equações da tabela 01, onde são apresentados os fatores k para cada um dos tipos de carregamentos:

Tabela 01: Cargas críticas de flambagem local



<b>Carregamento</b>	<b>Tensão Crítica de Flambagem Elástica</b>	<b>Coefficiente de Flambagem</b>
Compressão uniforme longitudinal ( $\psi = 1$ )	$\sigma_{xE} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$	$k = \left(\frac{a}{mb} + \frac{mb}{a}\right)^2$ ou $k = 4$ (mínimo)
Compressão uniforme transversal	$\sigma_{yE} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$	$k = \left[1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2\right]^2$
Compressão variável longitudinal ou transversal ( $\psi = -1$ )	$\sigma_{xE} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$	$k = 23,9$
Cisalhamento	$\tau_E = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$	$k = 4\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 5,34$ para $a \geq b$ $k = 4 + 5,34\left(\frac{b}{a}\right)^2$ para $b < a$

Porém, para placas sujeitas a combinações de carga, a resistência é calculada de forma empírica, com base em resultados experimentais e numéricos para a análise da flambagem de placas sujeitas a combinações de carregamento no plano.

Para o cálculo da resistência à flambagem da alma e da aba do enrijecedor, é utilizada a equação 3, mas os valores de k e b variam de acordo com o tipo de perfil utilizado com o enrijecedor e o tipo de carregamento.

- **Flambagem Global do Painel**

A flambagem global do painel ocorre quando os enrijecedores e a placa flambam juntos, conforme mostrado na figura 08. Isso é causado pela baixa rigidez dos enrijecedores.

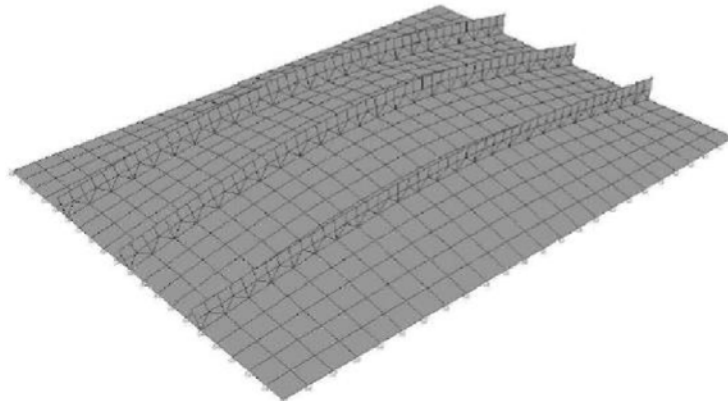


Figura 08: Exemplo de flambagem global do painel.

As expressões para o cálculo da tensão crítica de flambagem global de um painel enrijecido são apresentadas na tabela 02.

Tabela 02: Cargas críticas de flambagem global

Carregamento	Carga Crítica	Coefficiente de Flambagem
Compressão uniforme longitudinal	$\sigma_{xEO} = k_{x0} \frac{\pi^2}{b^2 t}$	$k_{x0} = \left( D_x \frac{m^2 b^2}{a^2} + 2Hn^2 + D_y \frac{n^4 a^2}{m^2 b^2} \right)$
Compressão uniforme transversal	$\sigma_{yEO} = k_{y0} \frac{\pi^2}{b^2 t}$	$k_{y0} = \left( D_x \frac{m^4 b^4}{n^2 a^4} + 2H \frac{m^2 b^2}{a^2} + D_y n^2 \right)$
Cisalhamento	$\tau_{EO} = k_{\tau 0} \frac{\pi^2}{b^2 t} D_x^{1/4} D_y^{3/4}$	Ver ábaco da figura 3.17

No dimensionamento de estruturas robustas, deve-se garantir que a flambagem global ocorra antes da flambagem local, para que haja escoamento antes da flambagem local. Para isso, é necessário controlar a esbeltez dos enrijecedores e da placa, evitando que elas sejam baixas de mais e permitam que ocorra a flambagem local. Nem sempre é possível fazer essa análise apenas matematicamente. Para isso, geralmente é utilizado alguma ferramenta computacional.

- **Colapso de um Painel enrijecido**

Um painel enrijecido pode colapsar de diversas maneiras, sendo os principais modos:

- 1) Colapso do enrijecedor por flambagem por flexão: ocorre quando a capacidade resistente do enrijecedor efetivo (composto pelo enrijecedor e pela placa colaborante) é esgotada.
- 2) Colapso do enrijecedor por flambagem lateral torsional: ocorre quando há perda significativa de rigidez do enrijecedor devido à flambagem lateral torsional, levando o painel ao colapso.
- 3) Colapso devido à flambagem local da placa entre enrijecedores: ocorre quando a placa sofre flambagem e é incapaz de redistribuir as tensões. A flambagem da placa entre os enrijecedores produzirá uma perda significativa de rigidez do painel na direção transversal e, conseqüentemente, levará a estrutura ao colapso
- 4) Colapso devido à flambagem local da alma ou da mesa dos enrijecedores: ocorre quando sujeitos a carregamentos externos e, dessa forma, a rigidez do enrijecedor é reduzida bruscamente, não sendo o mesmo capaz de resistir às cargas aplicadas.
- 5) Colapso devido à flambagem global do painel como placa ortotrópica: ocorre quando os enrijecedores e a placa flambam em conjunto, como placa ortotrópica. A perda de rigidez do conjunto leva a estrutura ao colapso.
- 6) Colapso por escoamento da seção do painel: ocorre em painéis muito robustos, onde as tensões críticas de flambagem elástica são bem superiores à tensão de escoamento do material. Esse tipo de colapso também ocorre em peças sujeitas a carregamento de tração no plano.

- **Dimensionamento de Painel Enrijecido – Metodologia DNV**

Como já apresentado anteriormente, a Det Norsken Veritas (DNV) é uma sociedade classificadora respeitada internacionalmente e homologada pela autoridade marítima brasileira. Sendo assim, uma embarcação ou unidade offshore

certificada e homologada pela DNV deverá seguir todas as suas recomendações, inclusive no dimensionamento de painéis metálicos enrijecidos. A DNV não é a única sociedade classificadora homologada no Brasil, e cada uma possui suas próprias normas e recomendações.

Para que um painel enrijecido não entre em colapso, deve-se garantir que não ocorra nenhuma das flambagens enunciadas anteriormente. Para tal, é necessário verificar a resistência do painel a todos esses mecanismos de falha durante o seu dimensionamento. As Recomendações Práticas constantes no documento DNV-RPC201 servem de guia durante o dimensionamento, a fim de garantir que o painel não venha a falhar dentro das condições de projeto.

Vale ressaltar que este documento traz recomendações para o dimensionamento de painéis enrijecidos e painéis não enrijecidos.

- **Recomendações Gerais**

A estabilidade da estrutura deve ser verificada como um todo e para cada um dos seus elementos. Estas práticas são recomendadas para painéis com comprimento de reforço ( $l$ ) sendo maior que o espaço entre reforços ( $s$ ). Para aplicação dos critérios de resistência desta norma, as resistências devem ser divididas pelo coeficiente de ponderação da resistência  $\gamma_m$ . A DNV adota o fator de 1,15 para este coeficiente.

- **Fluxo de Dimensionamento**

Para realizar o dimensionamento correto, existe uma série de verificações que são necessárias, variando com o tipo de painel e o tipo de carregamento. De uma maneira geral, é verificada a resistência do painel à pressão lateral, ao cisalhamento e à flambagem, através da combinação de carga. Para orientar as verificações necessárias e quais equações usar, a DNV apresenta uma tabela que identifica os tipos de painéis e solicitações, indicando quais itens da norma são aplicáveis. Na figura 08 é apresentado uma parte desta tabela.

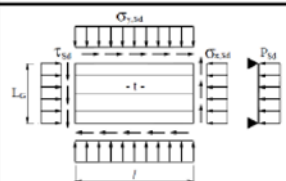
Description	Load	Sketch	Clause reference	Limiting value
Longitudinal stiffened plate panel	Longitudinal and transverse compression combined with shear and lateral load		5 and 7	

Figura 08: Exemplo do guia de referência da DNV.

A tabela é autoexplicativa. Apresenta uma descrição do painel e do tipo de carga, além de um desenho esquemático com as principais dimensões e os carregamentos aplicados. Para este tipo de painel devemos utilizar as seções 5 e 7 para verificar a sua resistência.

Dentro deste documento são apresentadas todas as equações necessária para realizar as verificações para cada um dos casos apresentados.

- **Estudo de Caso – Painel Enrijecido Sob Compressão Longitudinal**

Para compreender as recomendações da DNV, foi realizado o dimensionamento de um painel enrijecido submetido à compressão longitudinal e à pressão lateral. Neste trabalho só foram apresentadas as equações utilizadas no dimensionamento deste painel, porém a DNV possui equações para verificação de todas as outras situações.

- **Características do painel**

Para fabricação do painel foi escolhido o aço estrutural ASTM A 36, que possui as propriedades mecânicas abaixo:

Tabela 03: Características do aço ASTM A36

Características do Material		
E	200000,000000	MPA
f <sub>y</sub>	250,000000	MPA
G	77000,000000	MPA
γ <sub>M</sub>	1,150000	

O painel é composto de uma placa e 6 perfis enrijecedores, com espaçamento de 400mm. Segue abaixo as dimensões e especificações destes elementos:

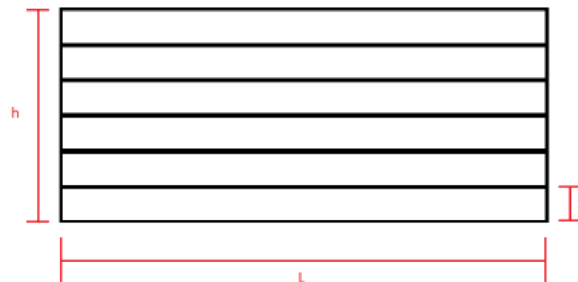


Figura 09: Exemplo do guia de referência da DNV.

Tabela 04: Dimensões do Painel

Dimensões do Painel		
S	0,400000	m
L	3,000000	m
t	0,00952	m
h	2,400000	m
$A_t$	0,022848	m <sup>2</sup>
$A_l$	4,800000	m <sup>2</sup>

Tabela 05: Dimensões do enrijecedor

Dimensões do Perfil – L 2" x 6,99		
$b_{fs}$	0,0508	m
$t_{fs}$	0,00952	m
$A_s$	0,000876	m <sup>2</sup>
$I_{xs}$ e $I_{ys}$	0,000000	m <sup>4</sup>
$W_{xs}$ e $W_{ys}$	0,000006	m <sup>3</sup>
$r_{xs}$ e $r_{ys}$	0,015000	m
$r_{mins}$	0,009900	m
X	0,016300	m

- Carregamentos

O painel é submetido apenas a compressão no sentido longitudinal e a pressão lateral, sendo assim não há esforço no sentido transversal. A tabela 06 apresenta as tensões atuantes no painel.

Tabela 06: Cargas aplicadas no painel

CARREGAMENTOS		
$\sigma_{x,sd}$	215,000000	MPA
$\sigma_{y,sd}$	0,000000	MPA
$p_{sd}$	0,300000	MPA
$T_{sd}$	10,000000	MPA

- **Resistência à Pressão Total**

Para placas sujeitas à pressão lateral em combinação ou não com carregamentos no plano, a resistência a pressão lateral deve ser checada utilizando a equação abaixo:

$$p_{sd} \leq 4.0 \frac{f_y}{\gamma_M} \left(\frac{t}{s}\right)^2 \left[ \psi_y + \left(\frac{s}{l}\right)^2 \psi_x \right] \quad (4)$$

Onde:

$p_{sd}$  = Pressão lateral de projeto.

$$\psi_y = \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{j,sd}}{f_y}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma_{x,sd}}{f_y}\right)^2 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y}\right)^2}} \quad (5)$$

$$\psi_x = \frac{1 - \left(\frac{\sigma_{j,sd}}{f_y}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{\sigma_{y,sd}}{f_y}\right)^2 - 3 \left(\frac{\tau_{sd}}{f_y}\right)^2}} \quad (6)$$

$$\sigma_{j,sd} = \sqrt{\sigma_{x,sd}^2 + \sigma_{y,sd}^2 - \sigma_{x,sd}\sigma_{y,sd} + 3\tau_{sd}^2} \quad (7)$$

Utilizando estas equações, foi calculada a resistência a pressão lateral do painel. Na tabela 07 são apresentados a resistência à pressão lateral e todos os fatores necessários para o cálculo da resistência.

Tabela 07: Resistência à pressão lateral

Resistência a Pressão Lateral		
$\sigma_{psd}$	22,912878	MPA
$\Psi_x$	0,995340	
$\Psi_y$	0,993988	
$p_{rd}$	0,498311	MPA

Como  $p_{rd} > p_{sd}$  o painel irá resistir à pressão lateral aplicada.

- **Largura Efetiva**

Como a placa e o enrijecedor são conectados por meio de solda, estes trabalham em conjunto para resistir aos carregamentos no plano do painel e aos carregamentos laterais. Para determinar a resistência do painel a estes carregamentos é preciso, então, calcular a largura efetiva da placa, através da expressão:

$$\frac{S_e}{s} = C_{sx}C_{ys} \quad (8)$$

Onde:

$S_e$  = Largura efetiva

$C_{sx}$  = Fator de redução devido a tensões longitudinais

$C_{ys}$  = Fator de redução devido a tensões transversais

O método para o cálculo de  $C_{ys}$  é apresentado na DNV (2002), porém neste trabalho não serão consideradas tensões normais transversais ao plano do painel, ou seja,  $C_{ys} = 1,0$ .

Para determinar o valor de  $C_{sx}$ , é necessário primeiro calcular o valor de redução por esbeltez da placa através das fórmulas:



$$\bar{\lambda}_p = 0,525 \frac{s}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (9)$$

$$C_{xs} = \frac{\lambda_p - 0,22}{\bar{\lambda}_p^2}, \text{ se } \bar{\lambda}_p > 0,673 \quad (10)$$

$$= 1,0, \text{ se } \bar{\lambda}_p \leq 0,673$$

Utilizando estas equações, foi calculada a largura efetiva do painel. Na tabela 08 são apresentados a largura efetiva e todos os fatores necessários para o cálculo.

Tabela 08: Largura efetiva

Largura Efetiva		
$S_e$	0,368208	m
$C_{xs}$	0,920521	
$C_{ys}$	1,000000	
$\lambda_p$	0,779897	

Com isso, o valor da largura efetiva é equivalente ao espaçamento entre enrijecedores.

- **Resistência à Flambagem**

Pelas recomendações da DNV, não é necessário verificar a resistência à flambagem local dos elementos do enrijecedor, uma vez que estes possuem limites de esbeltez, de modo a eliminar os casos de flambagem local. Como o painel estudado não estava sujeito a tensões transversais, não foi necessário verificar a resistência da placa entre os enrijecedores. Assim, foi necessário analisar apenas a resistência associada da placa e enrijecedores, a flambagem por flexão e a flambagem lateral torsional. Primeiramente, foi verificada a resistência à flambagem por flexão ( $f_k$ ) através das equações abaixo:

$$\frac{f_k}{f_r} = \frac{1 + \mu + \bar{\lambda}^2 - \sqrt{(1 + \mu + \bar{\lambda}^2)^2 - 4\bar{\lambda}^2}}{2\bar{\lambda}^2}, \text{ se } \bar{\lambda} > 0,2 \quad (11)$$

Porém, antes de calcular a resistência, foi necessário calcular alguns fatores através das equações a seguir:

$$f_E = \pi^2 E \left( \frac{i_e}{l_k} \right)^2 \quad (12)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_r}{f_E}}, f_r = f_y, \text{ para verificação no lado da placa} \quad (13)$$

$$\mu = \left( 0,34 + 0,08 \frac{Z_p}{i_e} \right) (\bar{\lambda} - 0,2) \quad (14)$$

Onde:

$f_E$  = Tensão crítica de flambagem por flexão do enrijecedor;

$i_e$  = raio de giração da seção transversal efetiva do enrijecedor;

$L_k$  = Comprimento de flambagem;

$Z_p$  = Distância vertical entre o centroide da seção efetiva e o centroide da placa (20,6mm).

Utilizando essas equações foi calculada a resistência a flambagem a flexão. Na tabela abaixo são apresentados os valores da resistência e dos fatores calculados:

Tabela 09: Resistência a flambagem por flexão

Resistência a Flambagem por Flexão		
$f_E$	49,348022	MPA
$i_e$	0,015000	m
$L_k$	3,000000	m
$Z_p$	0,020600	m
$\lambda$	2,250791	
$u$	0,842848	
$f_k$	41,152360	MPA

Em seguida, foi verificada a resistência à flambagem lateral torsional utilizando a equação abaixo:

$$\frac{f_T}{f_y} = 1,0, \text{ quando } \bar{\lambda}_T \leq 0,6$$

$$\frac{f_T}{f_y} = \frac{1 + \mu + \bar{\lambda}_T^2 - \sqrt{(1 + \mu + \bar{\lambda}_T^2)^2 - 4\bar{\lambda}_T^2}}{2\bar{\lambda}_T^2}, \text{ se } \bar{\lambda}_T > 0,6 \quad (15)$$

Mas antes de calcular a resistência foi necessário calcular alguns fatores através das equações abaixo:

$$\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{f_y}{f_{ET}}} \quad (16)$$

$$f_{ET} = \beta \frac{A_w + \left(\frac{t_f}{t_w}\right)^2 A_f}{A_w + 3A_f} G \left(\frac{t_w}{h_w}\right)^2 + \frac{\pi^2 EI_z}{\left(\frac{A_w}{3} + A_f\right) l_T^2} \quad (17)$$

Onde:

$f_{ET}$  = Tensão crítica de flambagem lateral torsional do enrijecedor;

$\beta = 1$  para um cálculo conservador, porem caso queira existe formulas para cálculos precisos;

$G$  = módulo de elasticidade transversal;

$I_t$  = Momento de inércia à torção do enrijecedor puro, sem mesa colaborante;

$I_z$  = Momento de inércia em relação ao eixo neutro do enrijecedor puro, perpendicular ao plano da placa;

$I_{p0}$  = Momento de inércia polar do enrijecedor puro em torno do centro de rotação;

$h_s$  = Distância entre a ligação placa x enrijecedor e centro de cisalhamento do enrijecedor;

$LT$  = distância entre apoios laterais do enrijecedor.

Utilizando essas equações foi calculada a resistência a flambagem lateral torsional. Na tabela a seguir são apresentados o valor da resistência e dos fatores calculados:

Tabela 10: Resistência a flambagem lateral torsional

Resistência a Flambagem Lateral Torsional		
$f_{ET}$	24199,843884	MPA
$\beta$	1,000000	
$L_T$	3,000000	m
$I_z$	0,000000	m <sup>4</sup>
$t_w$	0,009520	m
$A_w$	0,000484	m <sup>2</sup>
$A_t$	0,000393	m <sup>2</sup>
$h_w$	0,041280	m
$\lambda$	0,101640	
$f_t$	250,000000	MPA

- **Resistência ao Cisalhamento**

Após determinada as resistências a flambagem, foi verificado a resistência ao cisalhamento. Para isso foi necessário verificar as três resistências abaixo e verificar qual foi o menor valor:

$$\tau_{Rdy} = \frac{f_y}{\sqrt{3}\gamma_M} \quad (18)$$

$$\tau_{Rdl} = \frac{\tau_{crl}}{\gamma_M} \quad (19)$$

$$\tau_{Rds} = \frac{\tau_{crs}}{\gamma_M} \quad (20)$$

Porém, antes foi necessário verificar os valores dos fatores abaixo:

$$k_l = 5,34 + 4\left(\frac{s}{L}\right)^2, \text{ se } L \geq s$$

$$k_l = 5,34\left(\frac{s}{L}\right)^2 + 4, \text{ se } L < s \quad (24)$$

$$\tau_{crl} = k_l 0,904E \left(\frac{t}{s}\right)^2$$

$$\tau_{crs} = \frac{36E}{stl^2} \sqrt[4]{I_p I_s^3}$$

$$I_p = \frac{t^3 s}{10,9}$$

Onde:

E = Módulo de elasticidade;

I<sub>s</sub> = Momento de inércia do enrijecedor;

$\tau_{crl}$  = Tensão crítica de cisalhamento para a placa entre enrijecedores;

$\tau_{crs}$  = Tensão crítica de flambagem por cisalhamento do painel;

$\gamma M$  = Coeficiente de minoração da resistência do aço (1,15).

O valor da resistência ao cisalhamento é o menor dos 3 valores. Na tabela abaixo é apresentado o valor das 3 resistências de cisalhamento e em destaque o valor final.

Tabela 11: Resistência ao cisalhamento

Resistência a Tensão Cisalhante		
$\tau_{Rd}$	125,510928	MPA
$\tau_{Rdy}$	125,510928	MPA
$\tau_{Rdl}$	481,882275	MPA
$\tau_{Rds}$	1277,477045	MPA
$\tau_{crl}$	554,164616	
$\tau_{crs}$	1469,098602	
$k_l$	5,411111	
$I_s$	0,000042	
$I_{sy}$	0,000051	
$I_{sx}$	0,000042	
$I_p$	0,000000	

- **Interação de Cargas**

A última verificação necessária a ser feita é a resistência do enrijecedor a combinação de cargas (pressão lateral e carregamentos no plano). As equações a

serem utilizadas variam conforme o lado que está atuando a pressão lateral e se o enrijecedor é apoiado ou não. Para o painel analisado, as equações a serem utilizados são:

$$\frac{N_{sd}}{N_{ks,Rd}} - 2 \frac{N_{sd}}{N_{Rd}} + \frac{\left| \frac{q_{sd} l^2}{8} \right| + N_{sd} Z^*}{M_{st,Rd} \left( 1 - \frac{N_{sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad (25)$$

$$\frac{N_{sd}}{N_{kp,Rd}} + \frac{\left| \frac{q_{sd} l^2}{8} \right| + N_{sd} Z^*}{M_{p,Rd} \left( 1 - \frac{N_{sd}}{N_E} \right)} + u \leq 1 \quad (26)$$

Onde:

$$N_{Rd} = A_e \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (27)$$

$$N_{kp,Rd} = A_e \frac{f_k}{\gamma_M} \quad (28)$$

$$W_s = \frac{I_s}{Z_t} \quad (29)$$

$$W_{ep} = \frac{I_s}{Z_p} \quad (30)$$

$$N_{st,Rd} = W_{es} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (31)$$

$$N_{p,Rd} = W_{ep} \frac{f_y}{\gamma_M} \quad (32)$$

$$N_E = \frac{\mu^2 E A_i}{\left( \frac{L_k}{r_e} \right)^2} \quad (33)$$

$$r_e = \sqrt{\frac{I_e}{A_i}} \quad (34)$$

$$u = \left( \frac{\tau_{sd}}{\tau_{Rd}} \right)^2 \quad (35)$$

Nsd = Carga axial equivalente de cálculo;

qsd = Carga distribuída linear equivalente de cálculo;

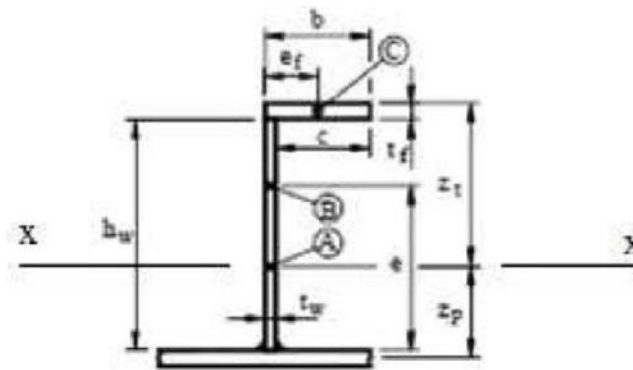
Ae = Área da seção transversal efetiva do enrijecedor;

Wep = Módulo de elasticidade de flexão do lado da placa para a seção efetiva;

Wes = Módulo de elasticidade de flexão do lado do enrijecedor para seção efetiva;

Is = Momento de inércia do enrijecedor com mesa colaborante total;

- $L_k$  = Comprimento de flambagem do enrijecedor;  
 $L$  = Comprimento total do enrijecedor;  
 $r_e$  = Raio de giração da seção efetiva do enrijecedor;  
 $I_e$  = Momento de inércia da seção transversal do enrijecedor considerando a largura efetiva da mesa colaborante;  
 $Z_{cg}$  = Distância entre o eixo neutro da seção efetiva e o ponto de aplicação da carga axial.  
 $Z_p$  e  $Z_r$ : Ver figura 10.



A = Centróide da seção efetiva;

B = Centróide do enrijecedor puro, sem a mesa colaborante;

C = Centróide da aba do enrijecedor.

Figura 10: Dimensões do perfil enrijecedor.

Na tabela abaixo são apresentados o valor da interação de cargas para cada uma das duas equações e o valor de cada um dos fatores usados no cálculo.

Tabela 12: Resistência ao cisalhamento

Interação de Cargas		
$eq_1$	0,687742	
$eq_2$	0,762828	
$A_e$	0,004381	
$N_{rd}$	0,952466	
$N_{k,rd}$	0,156785	
$Z_1$	0,025440	
$u$	0,848141446	
$N_{k,rd}$	0,156785	
$N_{k,rd}$	0,361205	
$M_{prd}$	0,446071	
$W_{ex}$	0,001662	
$W_{sp}$	0,002052	
$r_e$	0,095682	
$N_e$	8,797341	
$U$	0,006348	
$N_{sd}$	0,070260	MPA
$q_{sd}$	0,120000	MPA
$i_e$	0,000040	
$i_{ey}$	0,000040	
$i_{ex}$	0,000042	

Como ambos os valores ficaram abaixo de 1, o painel resiste ao esforço combinado da flambagem, pressão lateral e cisalhamento.

## Resultados

Segue abaixo um quadro comparativo das solicitações na estrutura, a resistência calculada através das recomendações da DNV.

Tabela 13: Taxa de utilização pela norma DNV

Taxa de Utilização - %	
Pressão Lateral	98,47%
Cisalhamento	7,97%
Interação de Cargas	83,34%

## Conclusões

Ao longo deste estudo foi possível concluir que os efeitos da flambagem são de extrema importância para o dimensionamento de um painel enrijecido. Além disso, foi observado que as recomendações da DNV possuem as seguintes características:

- é necessário que os enrijecedores possuam seção transversal isenta de flambagem local;



- ela considera que a pressão lateral atua de maneira constante em todo o vão, e isso não é a realidade para todos os tipos de aplicação.

- não leva em consideração o efeito de Shear Lag, só podendo ser aplicada em situações onde este efeito não tem importância.

Essas três características da norma são consequência do fato dessas recomendações serem voltadas para estruturas navais e offshore que normalmente são robustas, longas e com bastante enrijecedores. Por isso, ela desconsidera o efeito de Shear Lag, a flambagem local do enrijecedor e considera a pressão constante.

Como tema para futuras pesquisa, é recomendado a comparação deste método de dimensionamento com um modelo em elementos finitos ou com outras normas de dimensionamento.

## Referências

Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 14672**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio - Procedimento. Rio de Janeiro, 2001

CARDOSO, D.C.T. **Resistência e Desempenho Estrutural de Painéis Enrijecidos de Aço. Aplicação em Silos Metálicos Enrijecidos**. 2009. 127 p.

Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de engenharia civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

DET NORSKEN VERITAS. **DNV-RP-C201**: Buckling strength of plated structures. Noruega, 2002

SHAMA, M. **Buckling of Ship Structure**. Alemanha: Springer, 2013. 390 p.

TIMOSHENKO, S.P.; GERE, J.M. **Theory of elastic stability**. New York: McGraw-Hill, 1961.